Semaine 6 - Languages

Informatique fondamentale

présenté par

Revekka Kyriakoglou

le

13 avril 2023

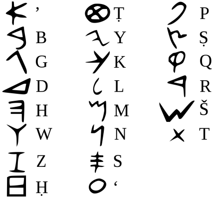
L'importance des langages

Les exemples sont nombreux :.

- Dans une machine actuelle, on utilise que des suites des 0 et des 1 pour stocker l'information.
- Le code ASCII (à chaque caractère on associe une séquence de 8 bits).
- Si on prend comme unité le bit, un caractère est une suite de bits.

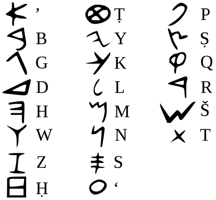
Mots

- **Alphabet :** un ensemble fini dont les ´el´ements sont appel´es des lettres.



Mots

- **Alphabet :** un ensemble fini dont les ´el´ements sont appel´es des lettres.



- Un **mot** sur l’alphabet A est une suite finie d’élément de A. On note A l’ensemble des mots sur A.
- Le mot qui contient aucune lettre est le **mot vide**, noté ε.

$$A^* = \bigcup_{n \geqslant 0} A^n$$

Exemple

- $A = \{a, b, c, \ldots, z\}$ *est l'alphabet qui contient toutes les lettres latines,*
- $B\{0, 1\}$ *est l'alphabet binaire,*
- $C = \{\square, \nabla, \bigcirc\}$,
- $D = \{hello, word\}$.

Exemple

- 01001 *est un mot sur l'alphabet* B,
- *bonjour est un mot sur* A,
- *hellowordhello est un mot sur* D.

Deux mots sont **égaux** s'ils ont les mêmes lettres dans le même ordre.

Deux mots sont **égaux** s'ils ont les mêmes lettres dans le même ordre.

- La **longueur**, d'un mot $u \in A^*$ est son nombre de lettres et est notée $|u|$.
- Le mot vide est de taille 0.
- Soit $a \in A$, le nombre de a présents dans un mot $u \in A^*$ est noté $|u|_a$.

⚠ Deux mots sont **égaux** s'ils ont les mêmes lettres dans le même ordre.

- La **longueur**, d'un mot $u \in A^*$ est son nombre de lettres et est notée $|u|$.
- Le mot vide est de taille 0.
- Soit $a \in A$, le nombre de a présents dans un mot $u \in A^*$ est noté $|u|_a$.

Exemple

1. $|01001| = 5,$
2. $|01001|_0 = 3,$
3. $|01001|_1 = 2,$
4. $|01001|_2 = 0.$

Proposition

Pour tout $u, v \in A^*$ on a :

- $|uv| = |u| + |v|$
- $\forall a \in A, |uv|_a = |u|_a + |v|_a$

Découpage des mots

- Soit $u = u_0 u_1 \dots u_n$ un mot, avec $(u_i)_{i \in \{0,\dots,n\}} \in A$.

Découpage des mots

- Soit $u = u_0 u_1 \dots u_n$ un mot, avec $(u_i)_{i \in \{0,\dots,n\}} \in A$.
- $u_{[i,j]} = u_{[i,j+1)} = u_i \dots u_j$ est un facteur de u.

Découpage des mots

- Soit $u = u_0 u_1 \dots u_n$ un mot, avec $(u_i)_{i \in \{0,\dots,n\}} \in A$.
- $u_{[i,j]} = u_{[i,j+1)} = u_i \dots u_j$ est un facteur de u.
- $u_{[0,j]} = u_0 \dots u_j$ est un préfixe de u.

Découpage des mots

- Soit $u = u_0 u_1 \dots u_n$ un mot, avec $(u_i)_{i \in \{0,\dots,n\}} \in A$.
- $u_{[i,j]} = u_{[i,j+1)} = u_i \dots u_j$ est un facteur de u.
- $u_{[0,j]} = u_0 \dots u_j$ est un préfixe de u.
- $u_{[j,n]} = u_j \dots u_n$ est un suffixe de u,

Découpage des mots

- Soit $u = u_0 u_1 \dots u_n$ un mot, avec $(u_i)_{i \in \{0,\dots,n\}} \in A$.
- $u_{[i,j]} = u_{[i,j+1)} = u_i \dots u_j$ est un facteur de u.
- $u_{[0,j]} = u_0 \dots u_j$ est un préfixe de u.
- $u_{[j,n]} = u_j \dots u_n$ est un suffixe de u,
- un prefixe (resp. suffixe, facteur) d'un mot u est un prefixe strict (resp. suffixe strict, facteur strict) s'il est différent de u.

Exemple

Soit $w = abracadabra$:

- *$p = abrac$ est préfixe de w,*
- *$s = dabra$ est suffixe de w,*
- *$f = cad$ est un facteur de w.*

Opérations

- Le **miroir** d'un mot $u = u_1 \ldots u_n$ sur A est le mot $\overline{u} = u_n \ldots u_1$ obtenu lisant les lettres dans l'autre sens.
- La concatenation deux mot u et v sur A, est le mot uv.

Opérations

- Le **miroir** d'un mot $u = u_1 \dots u_n$ sur A est le mot $\overline{u} = u_n \dots u_1$ obtenu lisant les lettres dans l'autre sens.
- La concatenation deux mot u et v sur A, est le mot uv.

Sous un système Unix il est possible de concaténer des :

1. Commandes avec « && » ou « ; ».
2. Fichiers avec « cat ».

Ordre lexicographique

- Soient u et v deux mots de A. On dit que u est plus petit que v pour l'**ordre lexicographique**, noté $u \leqslant_{lex} v$ ou encore $u \leqslant v$ quand :
  - ou bien u est préfixe de v,
  - ou bien il existe $a < b$ dans A, il existe des mots $w, u', v' \in A^*$, tq $u = wau'$ et $v = wbv'$.

Langages

- Un **langage** est un ensemble de mots. C'est donc un élément de $Pow(A^*)$.

Langages

- Un **langage** est un ensemble de mots. C'est donc un élément de $Pow(A*)$.
- Soient X et Y deux langages, la concaténation de X et de Y , notée XY est l'ensemble des concaténations d'un mot de X par un mot de Y :

$$XY = \{xy | x \in X, y \in Y\}$$

Langages

- Un **langage** est un ensemble de mots. C'est donc un élément de $Pow(A^*)$.
- Soient X et Y deux langages, la concaténation de X et de Y , notée XY est l'ensemble des concaténations d'un mot de X par un mot de Y :

$$XY = \{xy | x \in X, y \in Y\}$$

- on peux definir l'union de langauges X et Y :

$$X \cup Y = \{x | x \in X \text{ ou } x \in Y\}$$

,

Langages

- Un **langage** est un ensemble de mots. C'est donc un élément de $Pow(A^*)$.
- Soient X et Y deux langages, la concaténation de X et de Y , notée XY est l'ensemble des concaténations d'un mot de X par un mot de Y :

$$XY = \{xy | x \in X, y \in Y\}$$

- on peux definir l'union de langauges X et Y :

$$X \cup Y = \{x | x \in X \text{ ou } x \in Y\}$$

,
- $X(Y \cup Z) = XY \cup XZ$ et $X(Y \cap Z) = XY \cap XZ$,

Langages

- Un **langage** est un ensemble de mots. C'est donc un élément de $Pow(A^*)$.
- Soient X et Y deux langages, la concaténation de X et de Y , notée XY est l'ensemble des concaténations d'un mot de X par un mot de Y :
$$XY = \{xy | x \in X, y \in Y\}$$
- on peux definir l'union de langauges X et Y :
$$X \cup Y = \{x | x \in X \text{ ou } x \in Y\}$$
,
- $X(Y \cup Z) = XY \cup XZ$ et $X(Y \cap Z) = XY \cap XZ$,
- Le miroir d'un langage X est l'ensemble :
$$\overline{X} = \{\overline{x} | x \in X\}$$
- $X^* = \bigcup_{n \geqslant 0} X^n$